



Modelos Propulsivos Genéricos

Sergio Esteban, Antonio Franco y Alfonso Valenzuela
Departamento de Ingeniería Aeroespacial
Y Mecánica de Fluidos



Outline

- Hipótesis Iniciales
- Modelo Planta Propulsiva Turbo-Fan
- Modelo Planta Propulsiva Turbo-Prop
- Modelo Planta Propulsiva Piston-Prop
- Bibliografía.

Hipótesis Iniciales

- En función de los diferentes regímenes de operación, se establecen unas pautas sobre la posible posición de la palanca de gases δ_T , todo y que cada grupo deberá decidir dicha posición en función de sus necesidades:
 - Segmento de Despegue a potencia militar: $\delta_T = 1,15$, o lo que es lo mismo al 115% de palanca, dando 100% de potencia/empuje disponible (Full Throttle).
 - La potencia máxima se puede emplear de forma extraordinaria en el segmento de despegue si es necesario un aporte adicional de empuje/potencia de forma puntual.
 - Segmento de Despegue a potencia máxima continua: $\delta_T = 1,00$, o lo que es lo mismo al 100% de palanca, dando 86,9% de potencia/empuje disponible (Full Throttle).
 - Segmento de Subida: $\delta_T = 0,95$, o lo que es lo mismo, al 95% de palanca, dando aproximadamente el 82,6% de potencia/empuje disponible (Full Throttle).
 - Segmento de Crucero
 - Crucero 1: $\delta_T = 0,85$, o lo que es lo mismo aproximadamente al 85% de palanca, dando aproximadamente el 73,9 % de potencia/empuje disponible (Normal Cruise) – Máximo alcance.
 - Crucero 2: $\delta_T = 0,65$, o lo que es lo mismo aproximadamente al 65% de palanca, dando aproximadamente el 56,5 % de potencia/empuje disponible (Economy Cruise) - Máxima autonomía.
 - Segmento de aterrizaje: $\delta_T = 0,40$ o lo que es lo mismo aproximadamente al 40% de palanca, dando aproximadamente el 34,8% de potencia/empuje disponible.
 - Segmento de descenso: $\delta_T = 0,05$, o lo que es lo mismo aproximadamente al 5% de palanca, dando aproximadamente el 4% de potencia/empuje disponible.

Modelo Planta Propulsiva Turbo-Fan - I

- Empuje proporcionado por la planta motora turbo-fan

$$T = \delta_T T_M(V, h) \quad (0 < \delta_T \leq 1), \text{ y } T_M(V, h)$$

$$T_M(V, h) = W_{TO} \delta C_T \implies W_{TO} \text{ es el peso de referencia del avión en despegue.}$$

δ es el ratio de presiones ($\delta = p/p_{SL}$) \implies p_{SL} la presión a nivel de mar.
 p la presión a la altura de operación.

- Coeficiente de tracción

$$C_T = \frac{T_{SL}}{W_{TO}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} (1,00 - 0,49\sqrt{M}) \frac{1}{\theta}$$

T_{SL} es el empuje máximo a nivel del mar para $M = 0$ $\gamma = 1,4$ ratio de calores específicos

<http://www.jet-engine.net>

θ es el ratio de temperaturas ($\theta = t/t_{SL}$) \implies t_{SL} la temperatura a nivel de mar,
 t la temperatura a la altura de operación.

$$T = \delta_T T_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} (1,00 - 0,49\sqrt{M}) \frac{\delta}{\theta} = \delta_T T_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} (1,00 - 0,49\sqrt{M}) \frac{\rho}{\rho_{SL}}$$

Modelo Planta Propulsiva Turbo-Fan - II

- Thrust Specific Fuel Consumption – TSFC

$$C = c_{SL} \frac{L_H}{a_{SL}} (1,00 + 1,20M) \sqrt{\theta}$$

c_{SL} es el consumo específico a nivel de mar y $M = 0$, \Rightarrow UNIDADES!!! [lb/lbf · hr],
<http://www.jet-engine.net>

poder calorífico del combustible (fuel latent heat) $\Rightarrow L_H = 43 \times 10^6 \text{ J/kg}$

- turbo-fan de alta derivación (high bypass ratio)

$$c_{TSFC} = c_{SL} (1,0 + 1,2M) \sqrt{\theta}$$

- turbo-fan de baja derivación (low bypass ratio)

$$c_{TSFC} = c_{SL} (1,0 + 0,33M) \sqrt{\theta} \rightarrow (\text{potencia militar})$$

$$c_{TSFC} = c_{SL} (1,0 + 0,16875M) \sqrt{\theta} \rightarrow (\text{potencia maxima})$$

Hay que tener en cuenta que el TSFC vienen en unidades de [lb/lbf*hr], y dado que el modelo empleado para analizar las actuaciones del avión (ecuaciones de Breguet para alcance y Autonomía) se realiza mediante la variación de Peso (W) en vez de masa (m), es necesario multiplicar el TSFC por la gravedad para obtener las unidades apropiadas cuando se convierte de unidades del sistema imperial al sistema métrico

Modelo Planta Propulsiva Turbo-Fan - III

- Corrección adicional para tener en cuenta el consumo en función de posición de palanca

$$c_{SL} = c_{SL} (a_1 \cdot \delta_T^4 + a_2 \cdot \delta_T^3 + a_3 \cdot \delta_T^2 + a_4 \cdot \delta_T + a_5) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 3,559957437510763 \\ a_2 &= -10,739698199171459 \\ a_3 &= 11,989635150373475 \\ a_4 &= -5,869876557884609 \\ a_5 &= 2,059994459180667 \end{aligned}$$

- Relaciones de empuje para distintos segmentos:

- Las relaciones de empuje para distintos segmentos se puede obtener ateniendo a la definición del modelo propulsivo propuesto resultando que para comparar los empujes entre dos segmentos (por ejemplo T_3 y T_0)

$$\frac{T_3}{T_0} = \frac{\delta_{T_3} (1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} (1,00 - 0,49\sqrt{M_3}) \rho_3}{\delta_{T_0} (1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} (1,00 - 0,49\sqrt{M_0}) \rho_0}$$

- Corrección posición de palanca en función de operación

- Se puede determinar la correcta posición de palanca teniendo en cuenta que en dichos segmentos

$$T = D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad \Rightarrow \quad C_D = C_{D_0} + k C_L^2 \quad \Rightarrow \quad C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S}$$

$$\delta_T = \frac{1}{T_{SL}} \frac{\rho_{SL}}{\rho} \frac{D}{(1,00 - 0,49\sqrt{M})} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)}$$

Modelo Planta Propulsiva Turbo-Prop - I

- Potencia proporcionado por la planta motora turbo-prop

$$P = \delta \delta_T P_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \delta_T P_{SL} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \frac{p}{p_{SL}}$$

P_{SL} es la potencia máxima a nivel del mar para $M = 0$ $\gamma = 1,4$ ratio de calores específicos

<http://www.jet-engine.net>

δ es el ratio de presiones ($\delta = p/p_{SL}$) \Rightarrow p_{SL} la presión a nivel de mar.
 p la presión a la altura de operación.

- Empuje

$$T = \frac{P}{V} \eta_p \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \eta_p &= \frac{\eta_{installed}}{0,1} M \rightarrow M \leq 0,1 \\ \eta_p &= \eta_{installed} \rightarrow M \geq 0,1 \end{aligned}$$

$\eta_{installed}$ es la eficiandia propulsiva instalada $\eta_{installed} = 0,82$

Modelo Planta Propulsiva Turbo-Prop - II

- Consumo de combustible por unidad de potencia

$$C_{bhp} = \frac{c_P}{P} = \left(\frac{c_P}{P}\right)_{SL} (1 + 1,44M)\sqrt{\theta}$$

$\left(\frac{c_P}{P}\right)_{SL}$ es el consumo específico por unidad de potencia y tiempo,

⇒ UNIDADES!!! [lb/shp · hr] <http://www.jet-engine.net>

θ es el ratio de temperaturas ($\theta = t/t_{SL}$) ⇒ t_{SL} la temperatura a nivel de mar,
 t la temperatura a la altura de operación.

- Conversión

$$C = C_{bhp} \frac{V}{550\eta_p} = \left(\frac{lb}{hp \cdot h}\right) \times \left(\frac{1hp}{550ft \cdot lb/s}\right) \times \left(\frac{1h}{3600s}\right) = \frac{1}{s}$$

- Corrección adicional para tener en cuenta el consumo en función de posición de palanca

$$c_{bhp} = c_{bhp} (a_1 \cdot \delta_T^4 + a_2 \cdot \delta_T^3 + a_3 \cdot \delta_T^2 + a_4 \cdot \delta_T + a_5) \Rightarrow$$

a_1	=	3,559957437510763
a_2	=	-10,739698199171459
a_3	=	11,989635150373475
a_4	=	-5,869876557884609
a_5	=	2,059994459180667

Modelo Planta Propulsiva Turbo-Prop - III

Hay que tener en cuenta que el dato que el SFC vienen en unidades de [lb/lbf*hr], y dado que el modelo empleado para analizar las actuaciones del avión (ecuaciones de Breguet para alcance y Autonomía) se realiza mediante la variación de Peso (W) en vez de masa (m), es necesario multiplicar el SFC por la gravedad para obtener las unidades apropiadas cuando se convierte de unidades del sistema imperial al sistema métrico.

- Relaciones de empuje para distintos segmentos:
 - Las relaciones de empuje para distintos segmentos se puede obtener ateniendo a la definición del modelo propulsivo propuesto resultando que para comparar los empujes entre dos segmentos (por ejemplo P_3 y P_0)

$$\frac{P_3}{P_0} = \frac{p_3 \delta_{T_3} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{p_0 \delta_{T_0} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \Rightarrow \dot{T} = \frac{P}{V} \eta_p \Rightarrow \frac{T_3}{T_0} = \frac{p_3 \delta_{T_3} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} V_0 \eta_{p_3}}{p_0 \delta_{T_0} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} V_3 \eta_{p_0}}$$

- Corrección posición de palanca en función de operación
 - Se puede determinar la correcta posición de palanca teniendo en cuenta que en dichos segmentos

$$T = D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \Rightarrow C_D = C_{D_0} + k C_L^2 \Rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S}$$

$$P = \frac{TV}{\eta_p} \Rightarrow \delta_T = \frac{1}{P_{SL}} \frac{p_{SL}}{p} \frac{DV}{\eta_p} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)}$$

Modelo Planta Propulsiva Piston-Prop - I

- Potencia proporcionado por la planta motora turbo-prop

$$Bhp = \delta_P \cdot Bhp_{SL} \left(\frac{\rho}{\rho_{SL}} - \frac{1 - \frac{\rho}{\rho_{SL}}}{7,55} \right) = \delta_P \cdot Bhp_{SL} \left(\frac{8,55 \frac{\rho}{\rho_{SL}} - 1}{7,55} \right)$$

⇒ Bhp brake horsepower (potencia en caballos) a la altura de vuelo
 Bhp_{SL} brake horsepower (potencia en caballos) a nivel del mar (SL)

⇒ Bhp_{SL} <http://www.jet-engine.net>

ρ y ρ_{SL} son las densidades a la altura de vuelo y a nivel del mar (SL) respectivamente.

δ_P es la palanca de gases y viene dada en función de porcentaje de potencia disponible, ($0 < \delta_P \leq 1$).

- Consumo de combustible

$$C_{bhp} = \frac{c_P}{P} = \left(\frac{c_P}{P} \right)_{SL}$$

$\left(\frac{c_P}{P} \right)_{SL}$ es el consumo específico por unidad de potencia y tiempo

⇒ $\left(\frac{lb}{hp \cdot h} \right)$ <http://www.jet-engine.net>

Modelo Planta Propulsiva Piston-Prop - III

- Relaciones de empuje para distintos segmentos:
 - Las relaciones de empuje para distintos segmentos se puede obtener ateniendo a la definición del modelo propulsivo propuesto resultando que para comparar los empujes entre dos segmentos (por ejemplo P_3 y P_0)

$$\frac{P_3}{P_0} = \frac{\delta_{P_3}}{\delta_{P_0}} \frac{\left(8,55 \frac{\rho_3}{\rho_{SL}} - 1\right)}{\left(8,55 \frac{\rho_0}{\rho_{SL}} - 1\right)} \Rightarrow \dot{T} = \frac{P}{V} \eta_p \Rightarrow \frac{T_3}{T_0} = \frac{P_3}{P_0} = \frac{\rho_3}{\rho_0} \frac{\delta_{P_3}}{\delta_{P_0}} \frac{V_0}{V_3} \frac{\eta_{p_3}}{\eta_{p_0}} \frac{\left(8,55 \frac{\rho_3}{\rho_{SL}} - 1\right)}{\left(8,55 \frac{\rho_0}{\rho_{SL}} - 1\right)}$$

- Corrección posición de palanca en función de operación
 - Se puede determinar la correcta posición de palanca teniendo en cuenta que en dichos segmentos

$$T = D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \Rightarrow C_D = C_{D_0} + k C_L^2 \Rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S}$$

$$P = \frac{TV}{\eta_p} \Rightarrow \delta_P = \frac{DV}{\eta_p} \frac{1}{Bhp_{SL}} \left(\frac{8,55 \frac{\rho}{\rho_{SL}} - 1}{7,55} \right)^{-1}$$



Bibliografía

- [1] Mattingly, J. D., Heiser, W. H., and Pratt, D. T., Aircraft Engine Design, 2nd ed., AIAA Education Series, AIAA, Reston, VA, 2002, pp. 38, 71.
- [2] Miele, A., Flight Mechanics. Theory of Flight Paths, Addison-Wesley, Reading, MA, 1962, pp. 107, 225.